

# Contenido

<b>Introducción</b> . . . . .	1
<b>Capítulo 1. Biorreactores</b> . . . . .	5
1.1. Introducción . . . . .	5
1.1.1. ¿Qué es un biorreactor? . . . . .	5
1.1.2. Clasificación de los reactores biológicos . . . . .	6
1.1.3. Breve guía microbiológica. . . . .	7
1.2. Modelización de reacciones biológicas . . . . .	8
1.2.1. Acerca de las variables de estado del modelo . . . . .	8
1.2.2. Procesos biológicos y esquema de reacción . . . . .	13
1.2.3. Las ecuaciones del quimiostato. . . . .	16
1.2.4. Cinética biológica. . . . .	20
1.2.5. Los intereses del quimiostato . . . . .	23
1.3. Hacia “un poco más” de realismo. . . . .	24
1.3.1. Extensiones . . . . .	24
1.3.2. El pH y los equilibrios físico-químicos . . . . .	27
1.3.3. Espacialización . . . . .	29
1.3.4. Evolución reciente . . . . .	30
<b>Capítulo 2. El crecimiento de una sola especie</b> . . . . .	33
2.1. Propiedades matemáticas del “modelo mínimo”.. . . . .	34
2.1.1. Propiedades generales . . . . .	34
2.1.2. La función $\mu$ es monótona y acotada. . . . .	37
2.1.3. La función $\mu$ no es monótona. . . . .	46
2.1.4. Interpretaciones . . . . .	49

2.2. Simulaciones . . . . .	50
2.2.1. Simulaciones en el espacio de fases . . . . .	50
2.2.2. Transitorias. . . . .	53
2.3. Algunas extensiones del modelo mínimo . . . . .	56
2.3.1. Presencia de biomasa como insumo . . . . .	57
2.3.2. Diluciones diferentes . . . . .	58
2.3.3. Tasa de crecimiento dependiente de la densidad y característica de equilibrio . . . . .	63
2.3.4. Rendimiento dependiente de la densidad del sustrato. . . . .	70
2.4. Notas bibliográficas . . . . .	73

### **Capítulo 3. Exclusión competitiva . . . . . 75**

3.1. El caso de funciones de crecimiento monótonas . . . . .	76
3.1.1. Los equilibrios. . . . .	76
3.1.2. Estabilidad local del equilibrio de lavado. . . . .	78
3.1.3. Estabilidad local de los equilibrios de no lavado . . . . .	79
3.2. La exclusión competitiva en el equilibrio . . . . .	80
3.2.1. Enunciado . . . . .	80
3.2.2. Especies en equilibrio en función de la tasa de dilución . . . . .	81
3.2.3. Dinámica de las proporciones entre especies. . . . .	83
3.2.4. Conclusión . . . . .	86
3.3. Estabilidad global . . . . .	87
3.3.1. Una prueba “gráfica” para dos especies . . . . .	89
3.3.2. Una demostración para el caso general . . . . .	90
3.4. El caso de funciones de crecimiento no monótonas . . . . .	95
3.4.1. Conjunto de crecimiento. . . . .	95
3.4.2. Estudio de los equilibrios . . . . .	97
3.4.3. La exclusión competitiva . . . . .	98
3.4.4. Competencia entre dos especies . . . . .	99
3.4.5. Ilustración y efecto de un “bio-incremento” . . . . .	99
3.5. Notas bibliográficas . . . . .	104

### **Capítulo 4. Competencia: el modelo dependiente de la densidad . . . . . 109**

4.1. Introducción al capítulo. . . . .	109
4.2. La competencia de dos especies. . . . .	113
4.2.1. Comportamiento de una especie aislada. . . . .	114
4.2.2. Equilibrios de las dos especies que interactúan . . . . .	116
4.2.3. Estabilidad de los equilibrios . . . . .	119

4.2.4. Simulaciones . . . . .	121
4.3. Competencia de N especies: la competencia intraespecífica exclusiva . . . . .	124
4.3.1. Característica de equilibrio y coexistencia . . . . .	124
4.3.2. Simulaciones. . . . .	128
4.4. Competencia de N especies: el caso general . . . . .	130
4.4.1. Un modelo particular dependiente de la densidad . . . . .	130
4.4.2. La competencia intraespecífica exclusiva. . . . .	131
4.4.3. Competencia intraespecífica dominante. . . . .	132
4.4.4. La competencia indiferenciada . . . . .	133
4.5. La competencia interespecífica dominante . . . . .	136
4.6. Notas bibliográficas . . . . .	141
<b>Capítulo 5. Modelos más complejos . . . . .</b>	<b>143</b>
5.1. Introducción . . . . .	143
5.2. Modelos con biomasa agregada . . . . .	144
5.2.1. Biomasa planctónica versus biomasa agregada . . . . .	145
5.2.2. Coexistencia entre las dos formas . . . . .	147
5.2.3. Equilibrios de coexistencia . . . . .	148
5.2.4. Estudio de estabilidad . . . . .	152
5.2.5. El caso de las adhesiones y los desprendimientos rápidos . . . . .	154
5.2.6. Consideración de varias especies. . . . .	158
5.3. La relación “depredador-presa” en el quimiostato . . . . .	159
5.3.1. Introducción . . . . .	159
5.3.2. La “cadena” sustrato-bacteria-depredador . . . . .	160
5.3.3. La red trófica sustrato-bacterias-depredadores. . . . .	164
5.3.4. Comparación con datos experimentales . . . . .	168
5.4. Notas bibliográficas . . . . .	170
<b>Apéndice A. Ecuaciones diferenciales . . . . .</b>	<b>173</b>
<b>Apéndice B. Indicaciones sobre los ejercicios. . . . .</b>	<b>227</b>
<b>Bibliografía. . . . .</b>	<b>255</b>
<b>Índice alfabético . . . . .</b>	<b>263</b>